

APPENDICE MATEMATICA

VARIAZIONE MEDIA E VARIAZIONE MARGINALE

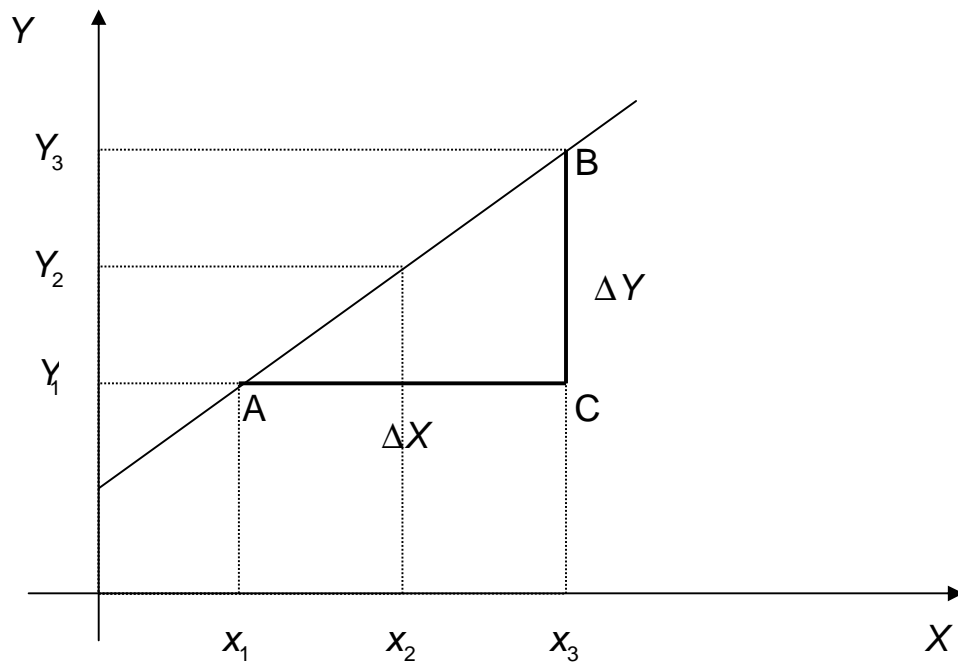
Problema: come possiamo conoscere, oltre alla *direzione* della variazione (*come*, cioè + o -, varia Y al variare di X), anche l'*entità* della variazione (*quanto* varia Y al variare di X)

Soluzione: ricorriamo al concetto di **saggio di variazione**:

* *Saggio di variazione medio* (o rapporto incrementale) = tecnicamente misura la pendenza della funzione in un intervallo della variabile indipendente X, ovvero: $\left(\frac{\Delta Y}{\Delta X}\right)$. Ci dice quanto varia, in media, la variabile Y in un intervallo di variazione di X.

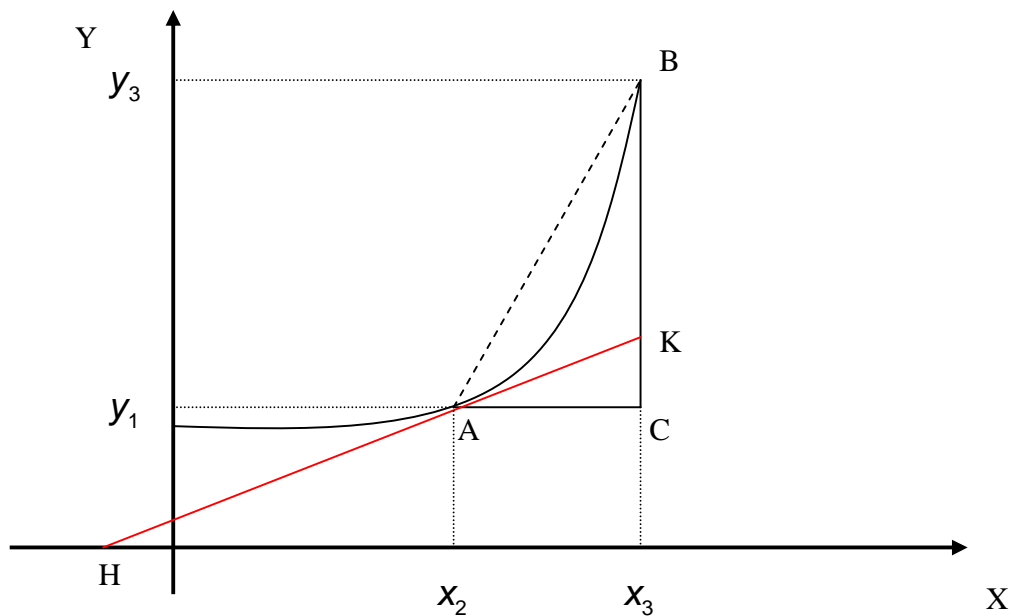
* *Saggio di variazione marginale* (o derivata di una funzione) = tecnicamente misura la pendenza della funzione in un punto, definito dal valore assunto dalla variabile indipendente X (dY/dX). Ci dice di quanto varia Y in corrispondenza di un dato valore di X.

a) Se la funzione è lineare i due saggi coincidono: $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_3 - y_1}{x_3 - x_1} = \frac{BC}{AC}$



La variazione media di Y, quando X passa da X_1 a X_3 , è pari alla pendenza della corda AB, che è anche pari al rapporto tra i segmenti BC e AC: Poiché la pendenza di una funzione lineare è costante in ogni punto della retta, la variazione media non varia per un qualunque intervallo della retta e variazione media e variazione marginale coincidono.

b) Se la funzione non è lineare i due saggi forniscono valori diversi. Poiché la pendenza non è costante lungo la curva, variazioni medie e marginali non coincidono tra loro e sono diverse lungo la curva:



Infatti, $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_3 - y_1}{x_3 - x_2} = \frac{BC}{AC}$ = variazione media (diversa a seconda dell'intervallo scelto)

La variazione marginale di Y, per variazioni infinitamente piccole di X, è equivalente alla pendenza della tangente geometrica HK in un punto specifico della curva (esempio il punto A). La pendenza della tangente è KC / AC che è diverso da BC / AC .

In generale:

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

la derivata di y rispetto ad x è il limite del rapporto incrementale, quando l'incremento della variabile indipendente, Δx , tende a zero.

In sostanza: calcolare la derivata di una funzione significa ridurre l'intervallo di variazione di x sino a considerare variazioni infinitamente piccole.

RELAZIONI TRA GRANDEZZE TOTALI, MEDIE E MARGINALI

1° Esempio: la funzione di ricavo

Ricavo totale: dipende dalla quantità di beni venduta che indichiamo con q

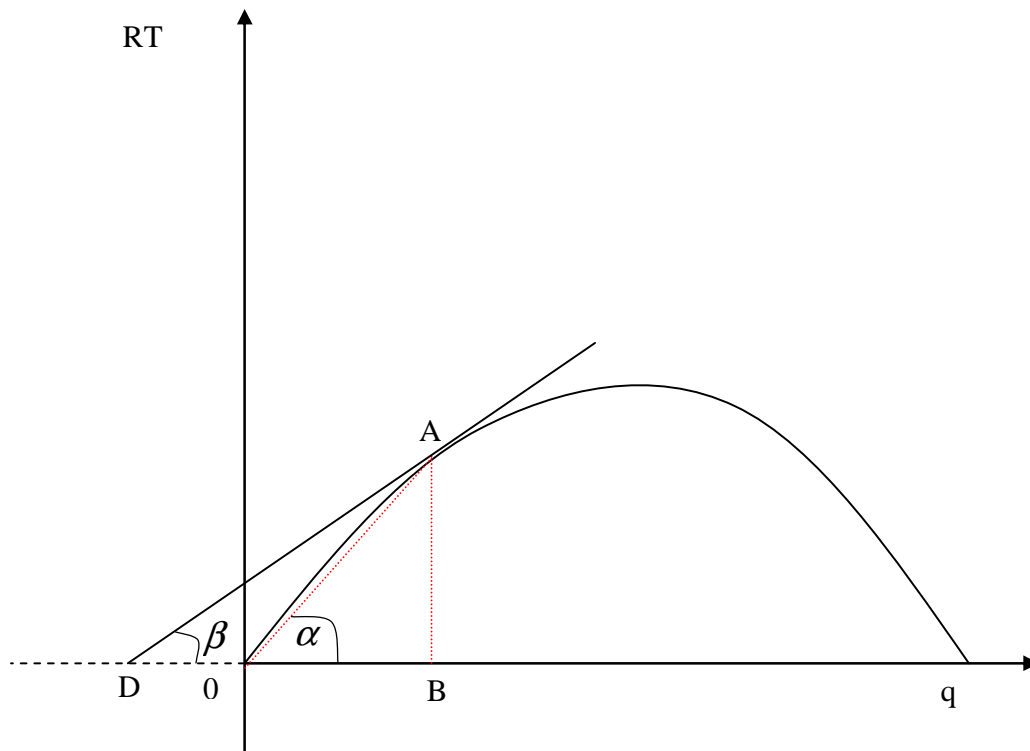
$$RT = f(q)$$

Ricavo medio: ricavo totale diviso quantità venduta:

$$RME = \frac{RT}{q}$$

Ricavo marginale: come varia il RT in seguito ad una variazione unitaria della quantità venduta

$$RMg = \frac{dRT}{dq} \cong \frac{\Delta RT}{1}$$



Graficamente, dato un qualsiasi punto A su una curva:

- * il segmento AB esprime la grandezza totale: nel nostro caso, il ricavo totale
- * il segmento OB identifica la corrispondente quantità venduta
- * ricavo medio = pendenza del segmento OA (pari al rapporto AB/OB) → *angolo* α
- * ricavo marginale = pendenza della tangente in un punto della curva (pari al rapporto AB/DB) → *angolo* β
- * poiché i due angoli α e β sono di diversa ampiezza, le pendenze sono diverse e infatti il ricavo medio RME è diverso dal ricavo marginale RMg.

2° Esempio: la funzione di produzione (o prodotto totale)

Prodotto totale: è funzione del fattore di produzione variabile L (lavoro) impiegato nel processo produttivo

$$Q = f(L)$$

Prodotto medio: prodotto totale diviso la quantità di fattore produttivo

$$PME = \frac{Q}{L}$$

Prodotto marginale: variazione di Q a seguito di un incremento unitario di L:

$$PMG = \frac{dQ}{dL} \cong \frac{\Delta Q}{1}$$

Analiticamente:

- * prodotto totale = è funzione di L
- * prodotto medio = è un rapporto incrementale (come varia Q per un dato intervallo di variazione di L)
- * prodotto marginale = è la derivata della funzione $Q = f(L)$ in un dato punto della curva

Geometricamente:

- * prodotto totale (ottenuto utilizzando la quantità di lavoro OB) = segmento AB
- * prodotto medio = AB/OB = pendenza della retta OA (ovvero angolo α)
- * prodotto marginale = AB/CB = pendenza della retta CA (ovvero angolo β).

